

Interro de calcul 2

Nombres complexes et réels

Ceci est un entraînement.

Question 1 : Mettre sous forme algébrique $\frac{2+i}{-3-i}$ et i^4 . Mettre sous forme algébrique : $(2+3i)^3$.

Question 2 : Mettre sous forme exponentielle le nombre complexe $z = -1 + i$. En déduire $(-1 + i)^6$.

Question 3 : Calculer le module et un argument de $z = \sqrt{3} - i$.

Question 4 : Déterminer l'ensemble des nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z - 2i| = |z + 3 + i|$. On pourra introduire des éléments géométriques de votre choix.

Question 5 : Soit $\theta \in \mathbb{R}$, factoriser avec la technique de l'angle moitié $1 - e^{i\theta}$. En déduire le module de ce nombre complexe.

Question 6 : Résoudre : $|x + 1| = |2x - 6|$, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

Question 7 : Donner le tableau de variation, sur $]0, +\infty[$, de la fonction $f : x \mapsto \frac{4}{x} + x$.

Question 8 :

1. Rappeler les valeurs de $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n k^2$
2. En déduire $\sum_{k=0}^n k(k+1)$.

Question 9 (dédicace à Madame Cavallo):

1. Exprimer $\sin(t)^2$ en fonction de $\cos(2t)$.
2. En déduire $\int_0^T (\sin(\omega t + \varphi))^2 dt$, avec $\omega > 0$ et $\varphi \in \mathbb{R}$ fixés, ainsi que $T = \frac{2\pi}{\omega}$.