Interro de calcul 1
Outils maths (calcul mental, trigo et dérivées)
Corrigé

Ceci est un entrainement.

Question 1 : On met au même dénominateur (il vaut mieux choisir 12 que 24) :

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{3}{12}-\frac{2}{12}=\frac{1}{12} \quad \text{puis} \quad \frac{1}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7}=\frac{1}{12}-\frac{1}{7}=\frac{7}{12\times 7}-\frac{12}{12\times 7}=-\frac{5}{84}.$$

Question 2 : On a $4^4-2^6=(2^2)^4-2^6=2^8-2^6=256-64=192$ et $5!=120$.

Question 3 : On a $\sin(\frac{7\pi}{6})=-\frac{1}{2}$, $\cos(-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$, et $\tan\frac{\pi}{3}=\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$.

Question 4 : Formule d'addition : $\sin(x-\frac{\pi}{6})=\sin x\cos\frac{\pi}{6}-\cos x\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$.

Question 5 : Formule de duplication : $\cos(2x)=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x=\cos^2-\sin^2 x$.

Question 6 : On a, en lisant les paramétrages des deux points du cercle trigonométrique d'ordonnée $\frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi] \quad \text{ou} \quad x\equiv\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$$

Question 7 : On applique la formule de la composée, ou ce qui revient au même, $(e^u)'=u'e^u$, et on a

$$f'(x)=-2xe^{-x^2}.$$

L'équation de la tangente en a est $y=f(a)+(x-a)f'(a)$, d'où avec $a=1$:

$$y=f(1)+(x-1)f'(1)=e^{-1}-2e^{-1}(x-1).$$

Question 8 : On raisonne comme à **Q7**, ou alors avec $(\cos u)'=-u'\sin u$, et on a

$$g'(x)=-\frac{1}{x^2}\times(-\sin(\frac{1}{x}))=\frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}.$$

Question 9 : On réalise une IPP, en utilisant que $\int^x e^{-t}\,\mathrm{d}t=-e^{-x}$:

$$\int_0^1 \underbrace{t}_{v}\ \underbrace{e^{-t}}_{u'}\,\mathrm{d}t=[\underbrace{t}_{v}\times\underbrace{(-e^{-t})}_{u}]_0^1-\int_0^1\underbrace{1}_{v'}\times\underbrace{(-e^{-t})}_{u}\,\mathrm{d}t=-e^{-1}+[-e^{-t}]_0^1=-e^{-1}-e^{-1}+1=-2e^{-1}+1.$$

Question 10 : Les solutions de l'équation homogène sont les fonctions $t\mapsto\lambda\exp(-2t)$, avec $\lambda\in\mathbb{R}$. Une solution particulière est donnée par la fonction constante $t\mapsto-\frac{3}{2}$. Par superposition, les solutions sont les fonctions de la forme

$$y(t)=\lambda e^{-2t}-\frac{3}{2}, \quad \text{avec } \lambda\in\mathbb{R}.$$