

Interro de calcul 1

Outils maths (calcul mental, trigo et dérivées)

Ceci est un entraînement.

Question 1 : On met au même dénominateur (le produit, car les nombres sont premiers entre eux) :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}, \quad \text{puis} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{5}{6} - \frac{1}{7} = \frac{29}{42}.$$

Question 2 : On a $2^5 - 5^2 = 32 - 25 = 7$, $6! = 6 \times 120 = 720$.

Question 3 : On a $\cos(-\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \frac{7\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, et $\tan \frac{\pi}{4} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4}} = 1$.

Question 4 : Formule d'addition :

$$\cos(x - \frac{\pi}{6}) = \cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x.$$

Question 5 : On a, en lisant les paramétrages des deux points du cercle trigonométrique d'abscisses $\frac{1}{2}$:

$$\cos x = \frac{1}{2} \iff x \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$$

Question 6 : Si $\cos x = \frac{1}{4}$, on a $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$. Ainsi, $x \in \{-\frac{\sqrt{15}}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4}\}$.

Question 7 : On applique la formule de la composée, ou ce qui revient au même, $(e^u)' = u'e^u$, et on a

$$f'(x) = 2xe^{x^2}$$

Question 8 : On a $g'(x) = -\sin x$. L'équation de la tangente en a est $y = g(a) + (x - a)g'(a)$, d'où avec $a = \frac{\pi}{4}$:

$$y = \cos \frac{\pi}{4} + (x - \frac{\pi}{4})g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Question 9 : On raisonne comme à **Q7**, ou alors avec $(\cos u)' = -u' \sin u$, et on a

$$h'(x) = -(3x^2 - 2) \sin(x^3 - 2x + 1).$$

Question 10 : On réalise une IPP :

$$\int_0^\pi \underbrace{t}_v \underbrace{\sin t}_{u'} dt = \left[\underbrace{t}_v \times \underbrace{(-\cos t)}_u \right]_0^\pi - \int_0^\pi \underbrace{1}_{v'} \times \underbrace{(-\cos t)}_u dt = \pi + [\sin t]_0^\pi = \pi.$$