

# Interro de calcul 1

## Outils maths (calcul mental, trigo et dérivées)

*Ceci est un entraînement.*

**Question 1 :** Simplifier  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ , puis  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ . Simplifier  $\frac{6}{4\sqrt{3}}$

**Correction :** On a :  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$ , puis  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12} - \frac{2}{12} = -\frac{1}{12}$ .  
On a  $\frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Question 2 :** Calculer  $2^5 - 3^4$ , ainsi que  $-2\pi + \frac{3\pi}{2}$ .

**Correction :** On a :  $2^5 - 3^4 = 32 - 81 = -49$ .  
On a :  $-2\pi + \frac{3\pi}{2} = -4 \times \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ .

**Question 3 :** Donner les valeurs de  $\sin(-\frac{\pi}{3})$ ,  $\cos(\frac{3\pi}{4})$ , et  $\sin(\frac{19\pi}{6})$ .

**Correction :** On a  $\sin(-\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos(\frac{3\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , et  $\sin(\frac{19\pi}{6}) = \sin(2\pi + \frac{7\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ .

**Question 4 :** Exprimer  $\cos(x + \frac{\pi}{6})$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ .

**Correction :** On a  $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = \cos x \cos \frac{\pi}{6} - \sin x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$ .

**Question 5 :** Donner  $\sin(2x)$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ .

Donner  $\sin(x + \frac{\pi}{2})$  et  $\sin(-x)$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ .

**Correction :** On a :  $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$ . On a :  $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos(x)$  et  $\sin(-x) = -\sin(x)$

**Question 6 :** Résoudre l'équation :  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$ , et illustrer avec le cercle trigonométrique.

**Correction :** On a, en lisant un cercle trigo :

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv \frac{7\pi}{6} [2\pi].$$

**Question 7 :** Dériver  $f : x \mapsto e^{x^3}$ , puis donner l'équation de la tangente en  $x = 1$ .

**Correction :** On a  $f'(x) = 3x^2 e^{x^3}$ . L'équation de la tangente en  $x = 1$  est :

$$y = (x - 1)f'(1) + f(1) = (x - 1)3e + e = 3ex - 2e$$

**Question 8 :** Dériver  $g : x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

**Correction :** On a  $g'(x) = -\frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ .

**Question 9 :** Calculer  $\int_0^\pi t \sin t \, dt$ .

**Correction :** On fait une intégration par partie :

$$\int_0^\pi t \sin t \, dt = [t \times (-\cos t)]_0^\pi + \int_0^\pi \cos t = \pi + [\sin t]_0^\pi = \pi.$$

**Question 10 :** Factoriser  $x^2 - 9$ , puis donner son tableau de signe.

**Correction :** On a  $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ . On déduit facilement le tableau de signes.