

Interro de calcul

Développements limités

Ceci est un entraînement.

Question 1 : On forme le quotient : $\frac{x^3+3x-2}{x^3} = 1 + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$. On a donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x - 2}{x^3} = 1$$

ce qui justifie l'équivalent.

Question 2 : On a, en 0 : $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + o(x^4)$.

Question 3 : Puisque les deux DL n'ont pas de terme constant et commencent par x , il suffit de faire leur DL à l'ordre 3 :

$$\sin x \times \ln(1+x) = \left(x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)\right) \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)\right) = x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{3} - \frac{x^4}{6} + o(x^4) = x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{6} + o(x^4).$$

Question 4 : Après pivot, on obtient : $M^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Question 5 : On a, en 0 :

$$\begin{aligned} e^x &= \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n) \\ &= 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3) \end{aligned}$$