DST 4 IPT

Exercice 1 - Tri de liste. Bien sûr, tout raccourci sur les listes de type *pop*, *sort*, *remove* ou autre, est interdit.

1. Proposer une fonction $test\_tri(L)$ qui renvoie True si la liste L est triée par ordre croissant, et False sinon.

2. Un tri par insertion

- **a.** Etant donnée une liste L déjà triée par ordre croissant, proposer une fonction $insertion(L, x)$ qui insère la valeur x au bon endroit dans L et renvoie une liste encore triée. Estimer la complexité de votre fonction.
- **b.** En utilisant la fonction précédente, proposer une fonction $tri\_insertion(L)$ qui trie une liste de valeurs par ordre croissant. Le programme doit renvoyer une nouvelle liste triée. Estimer la complexité de votre fonction.

3. Un tri par division

- **a.** Pour une liste L de réels, proposer une fonction $moyenne(L)$ qui renvoie la valeur moyenne des éléments de L.
- **b.** Etant donnée une liste L, proposer une fonction $diviser\_moyenne(L)$ qui renvoie deux listes $L1$ et $L2$: la liste $L1$ est celle des valeurs strictement inférieures à la moyenne des éléments de L, et la liste $L2$ est celle des valeurs supérieures ou égales à la moyenne.
- **c.** Etant données deux listes $L1$ et $L2$ déjà triées, on suppose qu'on dispose d'une fonction $fusion(L1, L2)$ qui renvoie la liste des valeurs de $L1$ et $L2$ triées. Proposer une fonction récursive $tri\_division(L)$ qui réalise l'algorithme suivant :
  - Si L est vide ou ne contient qu'un élément, on ne fait rien.
  - Sinon, on divise la liste L en deux sous-listes en utilisant la fonction $diviser\_moyenne(L)$,
  - On appelle la fonction de tri sur ces deux-sous listes.
  - On les fusionne.
- **d.** Si la liste initiale est de longueur de n, estimer le nombre de fois où la fonction précédente s'est appelée elle-même.

Exercice 2 - Méthode des rectangles. Soit $n \in \mathbb{N}$, on se donne deux listes $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]$ et $Y = [y_0, \dots, y_n]$ de valeurs réelles, de longueurs $n + 1$.

1. Proposer une fonction $rectangles(X, Y)$ qui renvoie False si X et Y n'ont pas la même longueur, et renvoie le réel I défini par

$$I = \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) \times y_k$$

si les longueurs sont les mêmes.

2. Que vaut I si Y est constante, c'est-à-dire si les valeurs de Y sont toutes les mêmes ?

3. On suppose que les valeurs de X sont espacées régulièrement, c'est-à-dire que $x_{k+1} - x_k$ est constant.

- **a.** Exprimer cette valeur $x_{k+1} - x_k$ en fonction de x_0, x_n et n.
- **b.** On se donne une fonction (mathématique) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue. Si n est grand, que représente I pour des points qui auraient les abscisses $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]$ et les ordonnées $Y = [f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)]$?

4. On suppose la libraire *matplotlib* chargée, et renommée *plt*. Etant donnés deux réels a et b distincts, et une ordonnée y, proposer une fonction $trace\_segment(a, b, y)$ qui trace le segment reliant les points de coordonnées (a, y) et (b, y).

5. Proposer une fonction $trace\_escalier(X, Y)$ qui trace la fonction « en escaliers » définie sur l'intervalle $[x_0, x_n]$ par :

$$f(x) = y_k \quad \text{si} \quad x \in [x_k, x_{k+1}], \quad \text{avec } k \in [\![0\,, n-1]\!]\,.$$